

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO TP HCM
TRƯỜNG TH-THCS-THPT LÊ THÁNH
TÔNG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: (ID: 737838) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 2: (ID: 737839) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(3; -1; 2)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{BA}$ là

- A. $(2; -2; 4)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(1; -1; 2)$. D. $(-2; 2; -4)$.

Câu 3: (ID: 737840) Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x - x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox là:

- A. $\pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$. B. $e^2 - e - \frac{5}{2}$. C. $\pi \left(e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$. D. $e^2 - e - \frac{3}{2}$.

Câu 4: (ID: 737841) Với mọi số thực dương a , $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng

- A. $\log_3(26a)$. B. 9 . C. 3 . D. $3 - 2\log_3 a$.

Câu 5: (ID: 737842) Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{u}_1 = (4; 2; -6)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; 1; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 0; 2)$.

Câu 6: (ID: 737843) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 2$.

Câu 7: (ID: 737844) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.

C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 8: (ID: 737845) Công thức tính thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h là

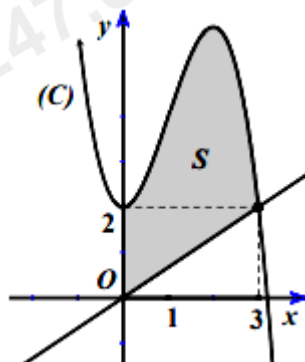
A. $V = 2\pi R^2 h$.

B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2 h$.

C. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

D. $V = \pi R^2 h$.

Câu 9: (ID: 737846) Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S của hình phẳng được tô đen như trong hình.



A. $S = 10$.

B. $S = \frac{39}{4}$.

C. $S = \frac{41}{4}$.

D. $S = 13$.

Câu 10: (ID: 737847) Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = -12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q = -\frac{1}{2}$.

B. $q = -2$.

C. $q = -18$.

D. $q = -6$.

Câu 11: (ID: 737848) Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	$[6, 5; 7)$	$[7, 7, 5)$	$[7, 5; 8)$	$[8, 8, 5)$	$[8, 5; 9)$	$[9, 9, 5)$	$[9, 5; 10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616.

B. 0,785.

C. 0,78.

D. 0,609.

Câu 12: (ID: 737849) Cho tứ diện ABCD. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$. C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$. D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: (ID: 738329) Cho hàm số $f(x) = 4\sin x \cos x + 2x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 4\sin 2x + 2$.

- b)** Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.
- c)** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.
- d)** Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 2: (ID: 738330) Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b (a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, sau 24s đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong 24 giây đầu trong thời gian còn lại trên cao tốc.

- a)** Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.
- b)** Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72km/h.
- c)** Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m là 620m.
- d)** Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5s thì phát hiện chướng ngại vật cách đó 300 m, người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a(t) = -3 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật 10 m.

Câu 3: (ID: 738344) Trước 3 tiếng khi diễn ra trận Derby thành Manchester giữa MU-MC. Người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 100 người hâm mộ của MU (có 20 người đang mặc áo của đội bóng) về việc có nên xem trận đấu đó hay không. Kết quả cho thấy rằng 75 người trả lời sẽ xem, 25 người trả lời sẽ không xem. Nhưng thực tế cho thấy rằng tỉ lệ người hâm mộ MU thực sự xem trận đấu tương ứng với những cách trả lời "có xem" và "không xem" là 80% và 20%.

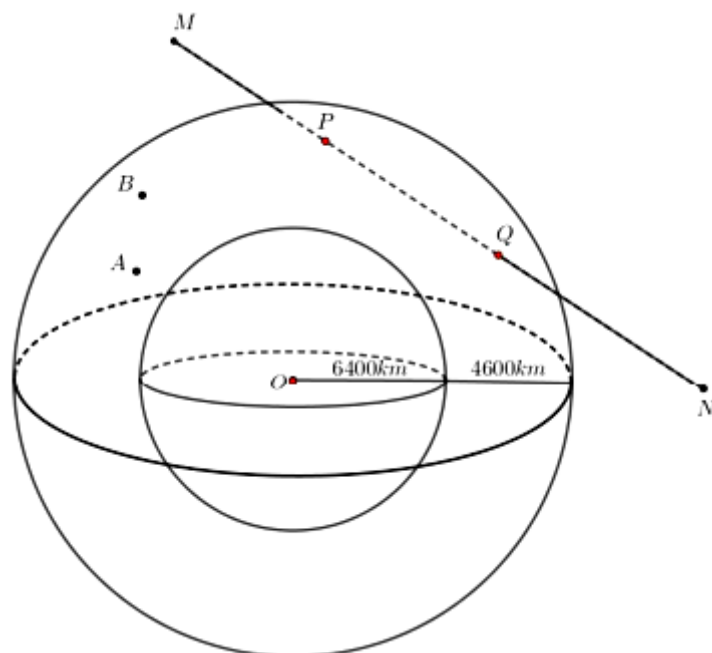
Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu"

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu"

- a)** $P(AB) = 0.6$
- b)** Tỉ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là 72,5%.
- c)** Trong số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem có 17% người trả lời không xem khi được phỏng vấn.
- d)** Trong số những người mặc áo đội bóng có 30% người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu biết rằng số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu mặc áo đội bóng là 14 người.

Câu 4: (ID: 738345) Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7.500.000km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, các nhà nghiên cứu của trung tâm Vũ Trụ Nasa đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 4600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km. Chọn hệ trục tọa độ

Oxyz trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ $v_1 = 2\sqrt{2} \cdot 10^3$ (km/h) không đổi theo đường thẳng xuất phát từ điểm $M(0;5;12)$ đến $N(12;5;0)$



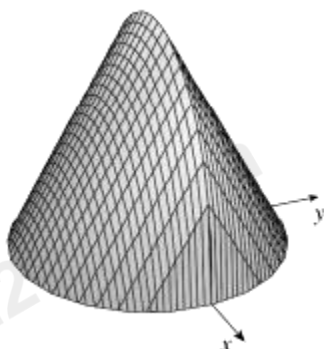
- a) Khoảng cách thiên thạch gần với trái đất nhất có độ dài bằng 3449 km (làm tròn đến hàng đơn vị)
- b) Các nhà nghiên cứu của trung tâm vũ trụ Nasa đưa ra giả thiết nếu lúc thiên thạch đang ở vị trí M bất ngờ đổi hướng và lao xuống trái đất với phương thẳng thì quãng đường dài nhất nó có thể va chạm với trái đất là 14490 km (làm tròn đến hàng đơn vị).
- c) Tại thời điểm thiên thạch đang ở vị trí M thì có 2 vệ tinh đang ở vị trí $A(-6; -5; -6)$, $B(7; -6; 7)$ có vận tốc khác nhau di chuyển trong mặt phẳng trung trực của MN và luôn cách trái đất với khoảng cố định. Khoảng cách xa nhất của 2 vệ tinh có thể đạt là 18412 km (làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Nếu vệ tinh A đi với vận tốc $v_2 = \frac{\pi\sqrt{97}}{3} \cdot 10^3$ km/h thì sẽ va chạm với thiên thạch.

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: (ID: 738346) Cho hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$. Cạnh $BA' = \sqrt{6}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 2: (ID: 738347) Một cốc hình trụ có đường kính đáy bằng 7cm, chiều cao 15cm. Trong cốc chứa một lượng nước bằng $\frac{2}{3}$ thể tích cốc. Một con quạ muốn uống được nước trong cốc thì mặt nước phải cách miệng cốc không quá 3cm. Con quạ thông minh đã mổ những viên sỏi hình cầu có bán kính 0,9 cm thả vào cốc để mực nước dâng lên. Hỏi để uống được nước, con quạ cần thả ít nhất bao nhiêu viên sỏi?

Câu 3: (ID: 738348) Cho vật thể đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 4: (ID: 738349) Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng

do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 5: (ID: 738350) Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 38 = 0$ và hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 4 = 0; (\beta): 3y + z - 5 = 0$. Xét (P) là mặt phẳng thay đổi, song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Khoảng cách lớn nhất từ điểm $A(5; -5; 6)$ đến mặt phẳng (P) bằng (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 6: (ID: 738351) Có hai hộp bi, hộp I có 5 bi trắng và 7 bi đỏ, hộp II có 10 bi trắng và 15 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp I chuyển sang hộp II. Sau đó, từ hộp II lấy ngẫu nhiên 1 viên bi thì được bi trắng. Xác suất để 2 bi chuyển từ hộp I sang hộp II không cùng màu là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a + b$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1.B	2.D	3.A	4.C	5.C	6.C
7.A	8.D	9.B	10.B	11.D	12.A

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Hàm số nghịch biến khi $f'(x) < 0$

Cách giải:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Chọn B.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$$

Cách giải:

$$\overrightarrow{BA}(1-3; 1-(-1); -2-2) = (-2, 2, -4)$$

Chọn D.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

$$\text{Áp dụng công thức } V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$$

Cách giải:

Ta có thể tích cần tính là

$$V = \pi \int_1^2 \left| \left(\sqrt{e^x - x} \right)^2 \right| dx = \pi \int_1^2 (e^x - x) dx = \pi \left(e^x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = \pi \left((e^2 - 2) - \left(e - \frac{1}{2} \right) \right) = \pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$$

Chọn A.

Câu 4 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng công thức logarit

Cách giải:

$$\log_3(27a) - \log_3 a = \log_3 27 + \log_3 a - \log_3 a = 3$$

Chọn C.

Câu 5 (NB):

Cách giải:

$d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-6}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(4, -2, -6)$ hoặc $\vec{u}(-2, 1, 3)$

Chọn C.

Câu 6 (NB):

Phương pháp:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ là $y = \frac{a}{c}$

Cách giải:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình $y = 2$

Chọn C.

Câu 7 (NB):

Phương pháp:

Phương trình mặt cầu tâm $I(a, b, c)$, bán kính R có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Cách giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R=5$ có dạng $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$

Chọn A.

Câu 8 (NB):

Cách giải:

Công thức tính thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h$

Chọn D.

Câu 9 (NB):

Phương pháp:

Viết phương trình đường thẳng từ đồ thị

Công thức tính tích phân tính diện tích $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Cách giải:

Phương trình đường thẳng qua $O(0, 0), A(3, 2)$ có phương trình $y = \frac{2}{3}x$

$$S = \int_0^3 \left(-x^3 + 3x^2 + 2 \right) - \frac{2}{3}x \, dx = \frac{39}{4}$$

Chọn B.

Câu 10 (NB):

Phương pháp:

Cấp số nhân có dạng $u_{n+1} = u_1 \cdot q^n$

Cách giải:

Công bội q của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-12}{6} = -2$

Chọn B.

Câu 11 (NB):

Phương pháp:

- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu là s^2 , được tính bởi công thức:

$$s^2 = \frac{1}{n} \left[n_1 (c_1 - \bar{x})^2 + n_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k (c_k - \bar{x})^2 \right]$$

Trong đó: $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ là cỡ mẫu; $\bar{x} = \frac{1}{n} (n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_k c_k)$ là số trung bình.

Cách giải:

Khoảng điểm	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7, 5; 8)	[8; 8, 5)	[8, 5; 9)	[9; 9, 5)	[9, 5; 10)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25	8,75	9,25	9,75
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

$$n = 8 + 10 + 16 + 24 + 13 + 7 + 4 = 82$$

$$\bar{x} = \frac{6,75 \cdot 8 + 7,25 \cdot 10 + 7,75 \cdot 16 + 8,25 \cdot 24 + 8,75 \cdot 13 + 9,25 \cdot 7 + 9,75 \cdot 4}{82} = \frac{333}{41}$$

$$s^2 = \frac{1}{82} \left[8 \cdot \left(\frac{333}{41} - 6,75 \right)^2 + 10 \cdot \left(\frac{333}{41} - 7,25 \right)^2 + 16 \cdot \left(\frac{333}{41} - 7,75 \right)^2 + 24 \cdot \left(\frac{333}{41} - 8,25 \right)^2 + 13 \cdot \left(\frac{333}{41} - 8,75 \right)^2 + 7 \cdot \left(\frac{333}{41} - 9,25 \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{333}{41} - 9,75 \right)^2 \right] \approx 0,609$$

Chọn D.

Câu 12 (NB):

Cách giải:

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{MP} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} \\
 &= \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{DC} \\
 &= \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \\
 &= \frac{1}{2} \vec{b} + \vec{d} + \frac{1}{2} (\vec{c} - \vec{d}) \\
 &= \frac{1}{2} (\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})
 \end{aligned}$$

Chọn A.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu	1	2	3	4
Đáp án	SĐĐĐ	ĐSSĐ	SĐĐĐ	ĐSSĐ

Câu 1 (VD):

Cách giải:

a) Sai.

$$f(x) = 4 \sin x \cos x + 2x = 2 \sin 2x + 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4 \cos 2x + 2$$

b) Đúng

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4 \cos 2x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

Trên $[-\pi; \pi]$ thì $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm $x \in \left\{ \frac{\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right\}$

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.

c) Sai

Ta có $x = -\frac{\pi}{3}$ là cực trị của hàm số nên $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = -\frac{\pi}{3}$.

Mà $x = -\frac{\pi}{3} \in (-2, 1)$ nên hàm số không thể đơn điệu đồng biến trên $(-2; -1)$.

d) Đúng

Ta có $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi; f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$

Nên giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 2 (VD):

Cách giải:

a) Đúng.

$$36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

Với $t \in (0, 2)$ thì xe di chuyển với vận tốc 10m/s nên quãng đường ô tô đi trong 2 giây đầu là

$$2 \cdot 10 = 20 \text{ m}$$

Quãng đường ô tô từ khi bắt đầu tăng tốc cho đến khi nhập làn là $200 - 20 = 180$.

b) Đúng

Do ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc nên ta có:

Ta có $v(t) = at + b$ với $t \in (2, 26)$, $v(2) = 10$

$$\Rightarrow 2a + b = 10 \Rightarrow b = 10 - 2a$$

$$\Rightarrow v(t) = at + 10 - 2a$$

Ta có $\int_2^{14} (at + 10 - 2a) dt = 180$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{at^2}{2} + (10 - 2a)t \right]_2^{14} = 180$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{a \cdot 14^2}{2} + (10 - 2a) \cdot 14 \right] - \left[\frac{a \cdot 2^2}{2} + (10 - 2a) \cdot 2 \right] = 180$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{5}{6} \Rightarrow v(t) = \frac{5}{6}t + \frac{25}{3}$$

Tại thời điểm nhập làn tức là $t = 14s \Rightarrow v(14) = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$

c) Đúng

Trong 26 giây đầu vận tốc lớn nhất của ô tô là $v(26) = \frac{5}{6} \cdot 26 + \frac{25}{3} = 30 \text{ m/s}$

Vận tốc ô tô di chuyển được thể hiện qua hàm số sau:

$$v(t) = \begin{cases} 10 & \text{khi } 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{5}{6}t + \frac{25}{3} & \text{khi } 2 < t \leq 26 \\ 30 & \text{khi } 26 < t \leq 50 \end{cases}$$

Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m là:

$$S = 20 + \int_2^{26} \left(\frac{5}{6}t + \frac{25}{3} \right) dt + \int_{26}^{30} 30 dt = 620 \text{ m}$$

d) Sai.

$$\text{Ta có } a(t) = -3 \Rightarrow v(t) = \int (-3) dt = -3t + c$$

Theo đề bài ô tô bắt đầu đạp phanh từ giây thứ $2 + 24 + 5 = 31$ với vận tốc lớn nhất tức là $v = 30 \text{ m/s}$ nên $-3.31 + c = 30 \Rightarrow c = 123$

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t + 123 = 0 \Leftrightarrow t = 41$$

$$\text{Quãng đường ô tô đi được kể từ khi đạp phanh là } S = \int_{31}^{41} (-3t + 123) dt = 150$$

Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật là $300 - 150 = 150 \text{ m}$

Câu 3 (VD):

Cách giải:

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu"

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu"

Theo bài ta có $P(B) = 0,75; P(\bar{B}) = 0,25; P(A|B) = 0,8; P(A|\bar{B}) = 0,2$

a) Đúng. $P(AB) = P(B)P(A|B) = 0,75.0,8 = 0,6$

b) Sai. Tỷ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,75.0,8 + 0,25.0,2 = 0,65$$

c) Sai. Tỷ lệ người trả lời không xem khi được phỏng vấn trong số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem là $P(\bar{B}|A)$. Ta có

$$P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(AB)}{P(A)} = 1 - \frac{0,6}{0,65} = \frac{1}{13}$$

d) Đúng. Gọi C là biến cố "Người mặc áo đội bóng"

Do số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu trong số người mặc áo đội bóng là 14 người nên

$$P(A|C) = \frac{14}{20} = 0,7$$

Vậy người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu trong số người mặc áo đội bóng là

$$P(\bar{A}|C) = 1 - P(A|C) = 1 - 0,7 = 0,3$$

Câu 4 (VD):

Cách giải:

a) Đúng.

$M(0;5;12)$, $N(12;5;0)$ nên $\overline{MN}(12,0,-12)$

Chọn MN có VTCP là $\vec{u} = (1,0,-1)$, qua $M(0;5;12)$ có phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = 5 \\ z = 12 - t \end{cases}$$

Gọi $OH \perp MN$ tại H. Khi đó $H(t,5,12-t)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OH}(t,5,12-t) \perp \vec{u}(1,0,-1)$$

$$\Rightarrow t.1 + 5.0 + (12-t).(-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 6 \Rightarrow H(6,5,5)$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{6^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{97}$$

Suy ra khoảng cách ngắn nhất từ tâm trái đất đến MN là $\sqrt{97}.1000 \approx 9849$ km.

Khoảng cách thiên thạch gần với trái đất nhất có độ dài bằng $9849 - 6400 = 3449$ km.

b) Đúng.

Gọi M' là điểm va chạm của M với Trái Đất

$\Rightarrow MM'$ lớn nhất khi MM' là tiếp tuyến kẻ từ M tới mặt cầu – là bề mặt trái đất

$$\Rightarrow MM' = \sqrt{OM^2 - OM'^2} = \sqrt{13^2 - 6,4^2}$$

Hay quãng đường dài nhất là $\sqrt{13^2 + 6,4^2}.1000 \approx 14490$ km.

c) Sai

$$A(-6;-5;-6), B(7;-6;7) \Rightarrow OA = \sqrt{97}, OB = \sqrt{134}$$

$$AB \leq OA + OB = \sqrt{97} + \sqrt{134} \approx 21,4247$$

Vậy AB lớn nhất bằng 21425km khi O, A, B thẳng hàng.

d) Đúng.

$M(0;5;12)$, $N(12;5;0)$ nên trung điểm I của MN có tọa độ $I(6,5,6)$

Do $OA = \sqrt{97}$ không đổi nên A luôn thuộc mặt cầu có tâm O, bán kính $OA = \sqrt{97}$

Để vệ tinh va chạm với thiên thạch thì chỉ có thể va chạm tại I

$$\text{Khi đó } AI = \frac{MN}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

Thời gian để thiên thạch di chuyển từ M đến I là $t_1 = \frac{6\sqrt{2}.10^3}{2\sqrt{2}.10^3} = 3$ (giờ)

Nhận thấy A, I đối xứng nhau qua O nên quãng đường để vệ tinh di chuyển từ A đến I là một đường cong có độ dài bằng nửa chu vi đường tròn bán kính OA và bằng $\pi.OA = \sqrt{97}\pi$

Vậy thời gian để vệ tinh đi từ A đến I là $t_2 = \frac{\sqrt{97}\pi \cdot 10^3}{\frac{\pi\sqrt{97}}{3} \cdot 10^3} = 3$ (giờ)

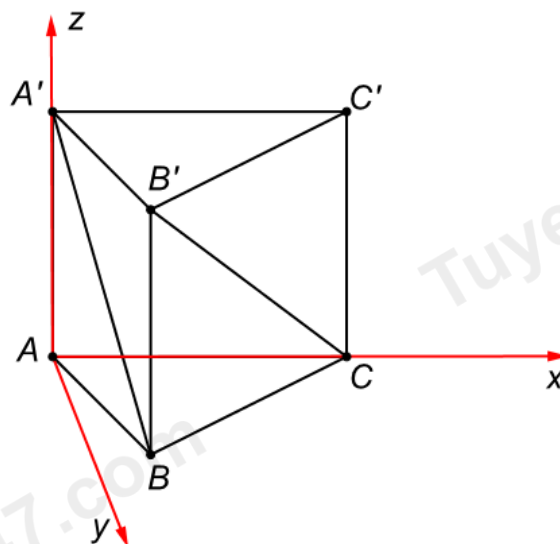
Vậy vệ tinh và thiên thạch có va chạm.

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	4	2919	10	66	150	8005

Câu 1 (VD):

Cách giải:



$$BA' = \sqrt{6} \Rightarrow AA' = 2$$

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có:

$$A(0,0,0), C(\sqrt{2},0,0), A'(0,0,2), B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}, 0\right), B'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}, 2\right)$$

$$\text{Ta có } A'B \text{ qua } A, \text{ có VTCP } \vec{u}_1 = \overrightarrow{AB} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}, -2\right)$$

$$B'C \text{ qua } C(\sqrt{2},0,0), \text{ có VTCP } \vec{u}_2 = \overrightarrow{B'C} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}, -2\right)$$

$$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-2\sqrt{6}, 0, -\sqrt{3}), A'B' \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}, 0\right)$$

$$\Rightarrow d(A'B, B'C) = \frac{|\overrightarrow{[u_1, u_2]} \cdot \overrightarrow{A'B'}|}{|\overrightarrow{[u_1, u_2]}|} = \frac{\left| 2\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right|}{\sqrt{(2\sqrt{6})^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

Câu 2 (VD):

Cách giải:

Để quạ uống được nước thì chiều cao nước tối thiểu trong cốc là 12cm.

Khi đó thể tích sỏi cho vào chính là phần nước dâng lên có chiều cao bằng $12 - \frac{2}{3} \cdot 15 = 2$ cm.

$$\text{Thể tích những viên sỏi thêm vào là } V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot 2 = \frac{49\pi}{2}$$

$$\text{Thể tích của 1 viên sỏi là } V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,9^3 = \frac{243}{250}\pi$$

$$\text{Ta có } \frac{V}{V_1} = 25,2$$

Vậy số viên sỏi cần thêm vào ít nhất là 26 viên.

Câu 3 (VD):

Cách giải:

$$\text{Xét phương trình đáy hình tròn } x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{1-x^2}$$

Vậy thiết diện tam giác đều tại điểm có hoành độ x có độ dài cạnh đáy là $2\sqrt{1-x^2}$

Ta có diện tích của thiết diện tam giác đều tại điểm có hoành độ x là

$$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2 = \sqrt{3}(1-x^2)$$

$$\text{Vậy thể tích vật thể là } V = \int_{-1}^1 S(x) dx = \int_{-1}^1 \sqrt{3} \cdot (1-x^2) dx \approx 2,31$$

Câu 4 (VD):

Cách giải:

Theo đề bài ta có hàm doanh thu $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$

$$\text{Chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là } G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$$

TH1: Nếu số sản phẩm $1 \leq x \leq 200$ thì chi phí mua nguyên vật liệu là:

$$0,99 \cdot H(x) = 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$$

Khi đó lợi nhuận là

$$P_1(x) = F(x) - xG(x) - 0,99H(x)$$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x \cdot \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1} - 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$$

Sử dụng shift slope (casio)

$$\Rightarrow P'_1(x) = 0 \Leftrightarrow x = 259 \Rightarrow P_{\max} = P(200) \approx 95371263$$

TH2: Nếu số sản phẩm $201 \leq x \leq 400$ thì chi phí mua nguyên vật liệu là:

$$0,99.H(x) = 0,99H(200) + 0,98H(x - 200)$$

Khi đó lợi nhuận là

$$P_2(x) = F(x) - xG(x) - 0,99H(200) - 0,98H(x - 200)$$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x \cdot \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1} - 35590500 - (2(x - 200)^3 + 100000(x - 200) - 50000)$$

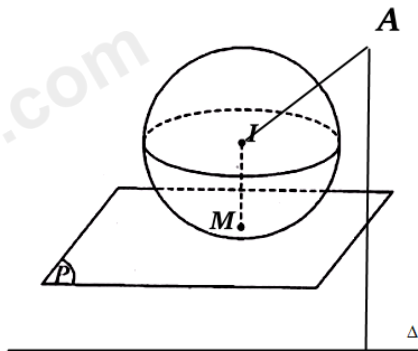
Sử dụng shift slope (casio)

$$\Rightarrow P'_2(x) = 0 \Leftrightarrow x = 253 \Rightarrow P_{\max} = P_2(253) > P_1(200)$$

Vậy doanh thu lớn nhất khi số sản phẩm là 253.

Câu 5 (VD):

Cách giải:



$$\Delta = (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_{\alpha}, \vec{n}_{\beta}] = (2, -1, 3)$$

$$\text{Do } (P) \parallel \Delta \Rightarrow \vec{n}_P \perp \vec{u}_{\Delta}$$

Do $d(A, (P))$ lớn nhất và (P) tiếp xúc với (S) tại M nên suy ra M, I, A đồng phẳng

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} \perp \vec{IA}$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta}, \vec{IA}]$$

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 38 = 0 \text{ có tâm } I(1, 0, -1), R = 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \vec{IA}(4, -5, 5)$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_\Delta, \vec{IA}] = (0, 3, 1)$$

$$\Rightarrow (P): 3y + z + d = 0$$

$$\text{Do } d(I, (P)) = R = 2\sqrt{10} \Rightarrow \frac{|3 \cdot 0 + 1 + d|}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow |d + 1| = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 19 \\ d = -21 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (P_1): 3y + z + 19 = 0 \Rightarrow d(A, (P_1)) = \frac{|3 \cdot (-5) + 6 + 19|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \\ (P_2): 4y + z - 21 = 0 \Rightarrow d(A, (P_2)) = \frac{|3 \cdot (-5) + 6 - 21|}{\sqrt{10}} = 3\sqrt{10} \end{cases}$$

Vậy khoảng cách lớn nhất từ A đến (P) bằng $3\sqrt{10} = 9,5$

Câu 6 (VD):

Cách giải:

Gọi A là biến cố lấy 2 bi từ hộp I sang hộp II không cùng màu

Gọi B là biến cố lấy bi từ hộp II là bi trắng

Khi đó AB là biến cố lấy 2 bi khác màu từ hộp 1 sau đó lấy 1 bi trắng từ hộp II.

Ta có

$$P(B) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} \cdot \frac{12}{27} + \frac{C_7^2}{C_{12}^2} \cdot \frac{10}{27} + \frac{5 \cdot 7}{C_{12}^2} \cdot \frac{11}{27} = \frac{65}{162}$$

$$P(AB) = \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{C_{12}^2 \cdot 27} = \frac{35}{162}$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{7}{13}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 13 \end{cases} \Rightarrow a + b = 20$$